Ausbreitung von Emissionen in die Atmosphäre und Berechnung von Immissionskonzentrationen, Teil 2

5. Berechnung zeitlich gemittelter Immissionskonzentrationen bei der atmosphärischen Ausbreitung von Abgasfahnen

5.1 (Ideales) Gauß-Fahnenmodell

5.1.1 Ausbreitungsparameter

5.1.2 Mittlere Windgeschwindigkeit

5.1.3 Turbulente Stoffaustauschgrößen

5.1.4 Fahnenüberhöhung

5.2 Modifizierte Gauß-Fahnenmodelle

5.2.1 Linien- und Flächenquellen

5.2.2 Trockener Niederschlag von Schadstoffen am Erdboden

5.2.3 Chemische Reaktionen (und radioaktiver Zerfall)

5.2.4 Bodeninversionen

5.2.5 Vorbelastung, Zusatzbelastung und Gesamtbelastung

6. Berechnung momentaner Immissionskonzentrationen bei der atmosphärischen Ausbreitung von Abgaswolken

6.1 Gauß-Wolkenmodell (Puff-Modell)

7. Schwere Abgase

5. Berechnung zeitlich gemittelter Immissionskonzentrationen bei der atmosphärischen Ausbreitung von Abgasfahnen

5.1 Gauß-Fahnenmodell

Für die Stoffbilanz der zeitlich gemittelten Immissionskonzentration $\bar{c}\,(x,y,z)$ eines inerten Schadstoffs gilt bezüglich eines ruhenden kartesischen Koordinatensystems

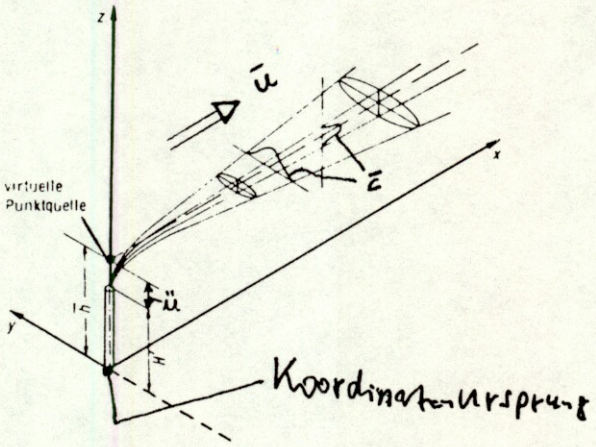


Abb. 1. Ruhendes kartesisches Koordinatensystem zur Ausbreitung einer Abgasfahne und zeitl. gemittelte Konzentrationsprofile $\bar{c}$

wenn der Schadstoff sowohl einem advektiven Stofftransport als auch einem turbulenten Stofftransport, jeweils in x-, y- und z-Richtung, unterliegt, folgende partielle Differentialgleichung:

$$\frac{\partial \bar{c}}{\partial t} = -\frac{\partial(\bar{c}\langle\bar{u}\rangle)}{\partial x} - \frac{\partial(\bar{c}\bar{v})}{\partial y} - \frac{\partial(\bar{c}\bar{w})}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x}\left(K_x\frac{\partial \bar{c}}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(K_y\frac{\partial \bar{c}}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(K_z\frac{\partial \bar{c}}{\partial z}\right) \qquad (2)$$

$\bar{c}$ (kg/m³) : Schadstoffimmissionskonzentration
K_x, K_y, K_z (m²/s): turbulente Stoffaustauschgrößen.
u,v,w (m/s) : Windgeschwindigkeitskomponenten in x-,y- und z-Richtung

Diese DGL (2) hat für eine kontinuierliche Punktquelle mit Anfangsbedingung:

$$x = y = 0,\quad z = \bar{h} \quad : \bar{c}(x,y,z) \to \infty \qquad (3a)$$

Randbedingung

$$|x| \to \infty,\quad |y| \to \infty,\quad |z| \to \infty \quad : \bar{c}(x,y,z) \to 0 \qquad (3b)$$

Reflexionsbedingung am Boden

$$z = 0,\quad x > 0,\ y > 0 \qquad \underbrace{K_z\frac{\partial \bar{c}}{\partial z}}_{\text{Diffusion}} = 0 \qquad (3c)$$

Kontinuitätsbedingung

$$x > 0 : \quad \iint_{-\infty}^{+\infty} \langle\bar{u}\rangle\bar{c}(x,y,z)\,dy\,dz = \dot{\bar{M}} = \text{const.} \qquad (3d)$$

eine analytische Lösung unter folgenden Voraussetzungen:

a) Emittenten sind Gase und Stäube mit gegenüber den vertikalen Schwankungsgeschwindigkeiten der Luft vernachlässigbarer Sinkgeschwindigkeit. ($d_K \leqq 10\mu m$) Emittenten schlagen sich also nicht am Erdboden nieder.

b) Windgeschwindigkeit und -Richtung sind zeitlich und im gesamten Ausbreitungsraum konstant; $\bar{v}=\bar{w}=0; \Rightarrow \langle\bar{u}\rangle \geqq 1$ m/s $\Rightarrow$

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(K_x \frac{\partial \bar{c}}{\partial x}\right) \ll \frac{\partial(\bar{c}\ \langle\bar{u}\rangle)}{\partial x}$$

c) emittierter Massenstrom $\dot{\bar{M}}$, effektive Quellhöhe $\bar{h}$ sowie die Windgeschwindigkeit $\bar{u}$, horizontale bzw. vertikale Streuungsparameter σ_y bzw. σ_z und die Ausbreitungsklasse A_k sind zeitlich konstant.

d) Fahne ist symmetrisch zur x-Achse, kann aber in y- und z-Richtung anisotrop sein. σ_y und σ_z sind nur von der Quellentfernung x abhängig.

e) Abgasfahne breitet sich im Nahbereich über ebenes und unbebautes Gelände aus und wird bei Berührung der Erdoberfläche vollständig reflektiert.

f) Der Schadstoff unterliegt weder chemischen noch physikalischen Umwandlungen.

g) Es liegen keine Inversionsschichten vor.

g) Es wird nur eine isolierte Emissionsquelle ohne Vorbelastung betrachtet.

Für den stationären Fall ($\frac{\partial \bar{c}}{\partial t} = 0$) ergibt sich dann als analytische Lösung der DGL (2) das zeitlich gemittelte Immissonskonzentrationsfeld $\bar{c}(x,y,z)$ im Lee einer Punktquelle, die sich in der effektiven Quellhöhe $\bar{h} = H + \ddot{u}$ befindet in Form einer zweidimenionalen Gauß-Verteilung:

$$\boxed{\bar{c}(x,y,z) = \frac{\dot{\bar{M}}/\langle\bar{u}\rangle}{2\pi\sigma_y(x)\sigma_z(x)} \exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma_y^2(x)}\right)\left[\exp\left(-\frac{(z-\bar{h})^2}{2\sigma_z^2(x)}\right) + \underbrace{\exp\left(-\frac{(z+\bar{h})^2}{2\sigma_z^2(x)}\right)}_{\text{Bodenreflexion}}\right] \quad (4)}$$

↳ vgl. Abb. 2

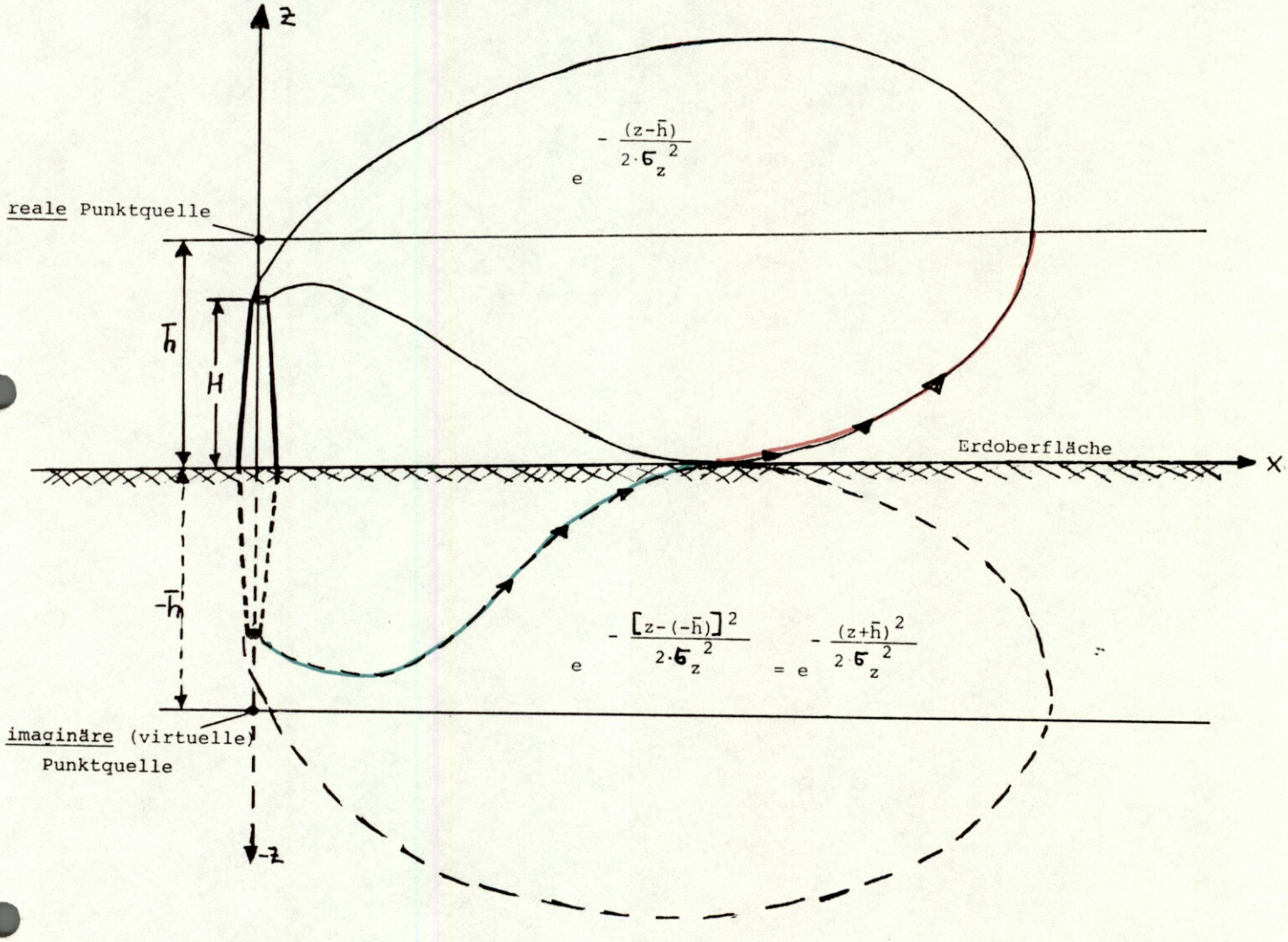


Abb. 2: Zur vollständigen Reflexion einer Abgasfahne (nach der Spiegelmethode)

Sonderfälle von Gl. (4)

a) Immissionskonzentrationsverteilung an der Erdoberfläche (z=0) mit Bodenreflexion:

$$\bar{c}(x,y,o) = \frac{\dot{\bar{M}}/\langle\bar{u}\rangle}{\pi\sigma_y(x)\sigma_z(x)} \exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma_y^2(x)} - \frac{\bar{h}^2}{2\sigma_z^2(x)}\right) \qquad (5\ a)$$

Konz.-Längsprofil:

$$\bar{c}(x,0,0) = \frac{\bar{\dot{M}}/\langle\bar{u}\rangle}{\pi\sigma_y(x)\sigma_z(x)} \exp\left(-\frac{\bar{h}^2}{2\sigma_z^2(x)}\right) \qquad (5b)$$

erreicht in der Entfernung x_{max} - die aus $\bar{h} = \sqrt{2}\,\sigma_z(x_{max})$ berech enbar ist, wenn $\sigma_z(x)/\sigma_y(x)=a$ gesetzt wird - eine maximale Boden-Immissionskonzentration

$$\bar{c}_{max}(x_{max},0,0) = \frac{2\cdot\bar{\dot{M}}/\langle\bar{u}\rangle}{\pi\cdot e\cdot\bar{h}^2}\, a \qquad (5c)$$

vgl. Abb. 3a

Konz.-Querprofil bei $x=x_i$:

$$\bar{c}(x_i,y,0) = \frac{\bar{\dot{M}}/\langle\bar{u}\rangle}{\pi\sigma_y(x_i)\sigma_z(x_i)} \exp\left(-\frac{\bar{h}^2}{2\sigma_z^2(x_i)}\right)\cdot\exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma_y^2(x_i)}\right) \qquad (5d)$$

b) Immissionskonz.verteilung an der Erdoberfläche (z=0) ohne Bodenreflexion, bei Bodenquelle ohne Überhöhung (d.h. $\bar{h}=0$):

Hier fällt der Term $\exp\left(-\frac{(z+\bar{h})^2}{2\sigma_z^2(x)}\right)$ in Gl.(4) weg.

Entsprechend vereinfachensich die Konz.-Längsprofile zu:

Konz.-Längsprofil:

$$\bar{c}(x,0,0) = \frac{\bar{\dot{M}}/\langle\bar{u}\rangle}{2\cdot\pi\sigma_y(x)\sigma_z(x)} \qquad (5e)$$

vgl. Abb. 3b

: kein Maximum

Gauß-Konz.-Querprofil bei $x=x_i$:

$$\bar{c}(x_i,y,0) = \frac{\bar{\dot{M}}/\langle\bar{u}\rangle}{2\cdot\pi\sigma_y(x_i)\sigma_z(x_i)} \exp -\left(\frac{y^2}{2\sigma_y^2(x_i)}\right) \qquad (5f)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \bar{c}(x_i,y,0)\,dy = \frac{\sqrt{2\pi}}{2\pi}\cdot\frac{\bar{\dot{M}}}{\bar{u}}\cdot\frac{1}{\sigma_z(x)} \neq \text{const}$$

c) Immissionskonzentrationsverteilung bei Bodenquellen ($\bar{h}=0$, also auch ü=0) und vollständiger Reflexion, dann folgt aus Gl.(4):

$$\bar{c}(x,y,z;\bar{h}=0) = \frac{\bar{\dot{M}}/\langle\bar{u}\rangle}{\pi\sigma_y(x)\sigma_z(x)} \exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma_y^2(x)} - \frac{z^2}{2\sigma_z^2(x)}\right) \qquad (6)$$

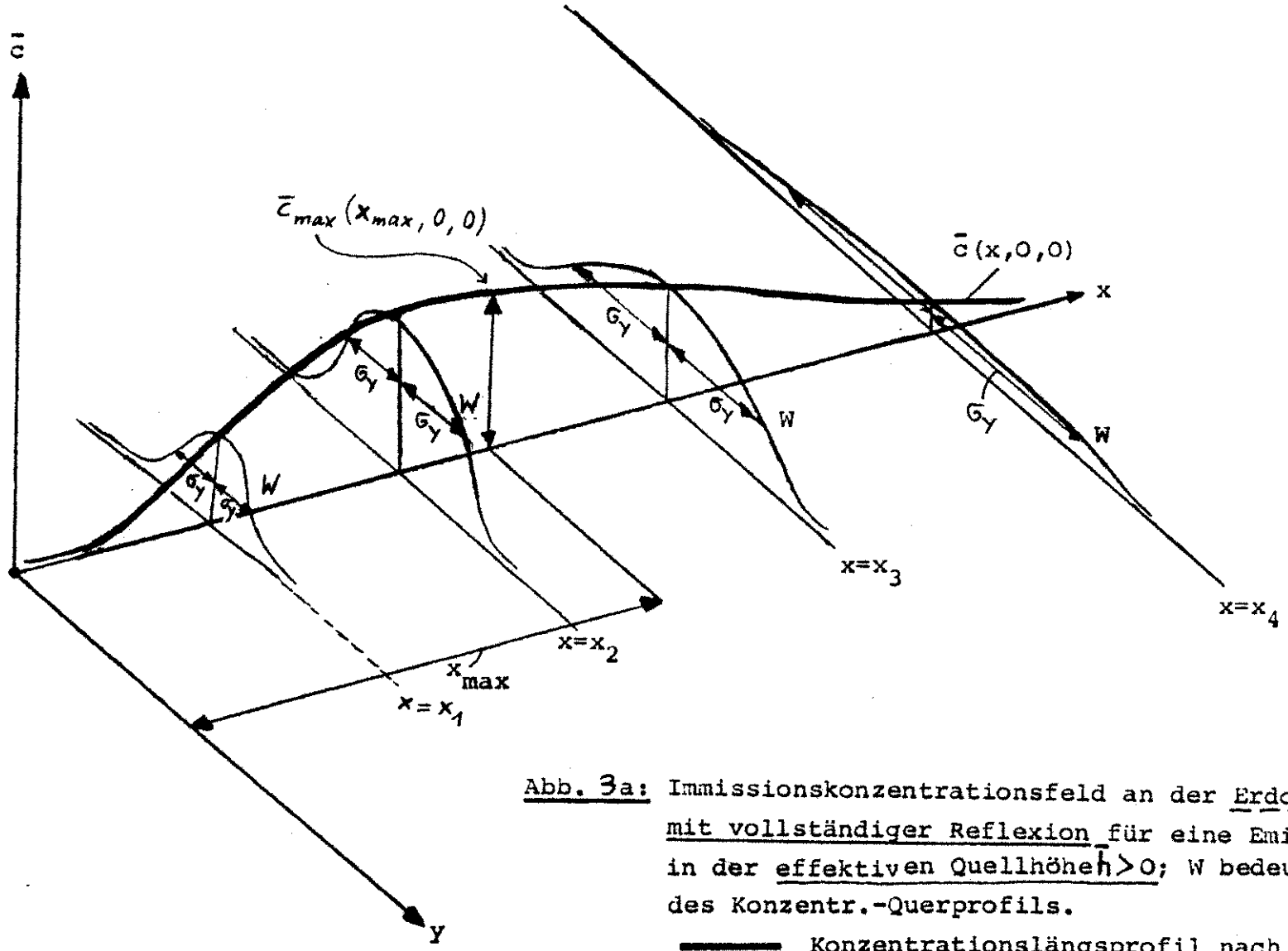


Abb. 3a: Immissionskonzentrationsfeld an der Erdoberfläche mit vollständiger Reflexion für eine Emissionsquelle in der effektiven Quellhöhe $\bar{h} > 0$; W bedeutet Wendepunkt des Konzentr.-Querprofils.

——— Konzentrationslängsprofil nach Gl. (5b)

——— Konzentrationsquerprofile nach Gl. (5d)

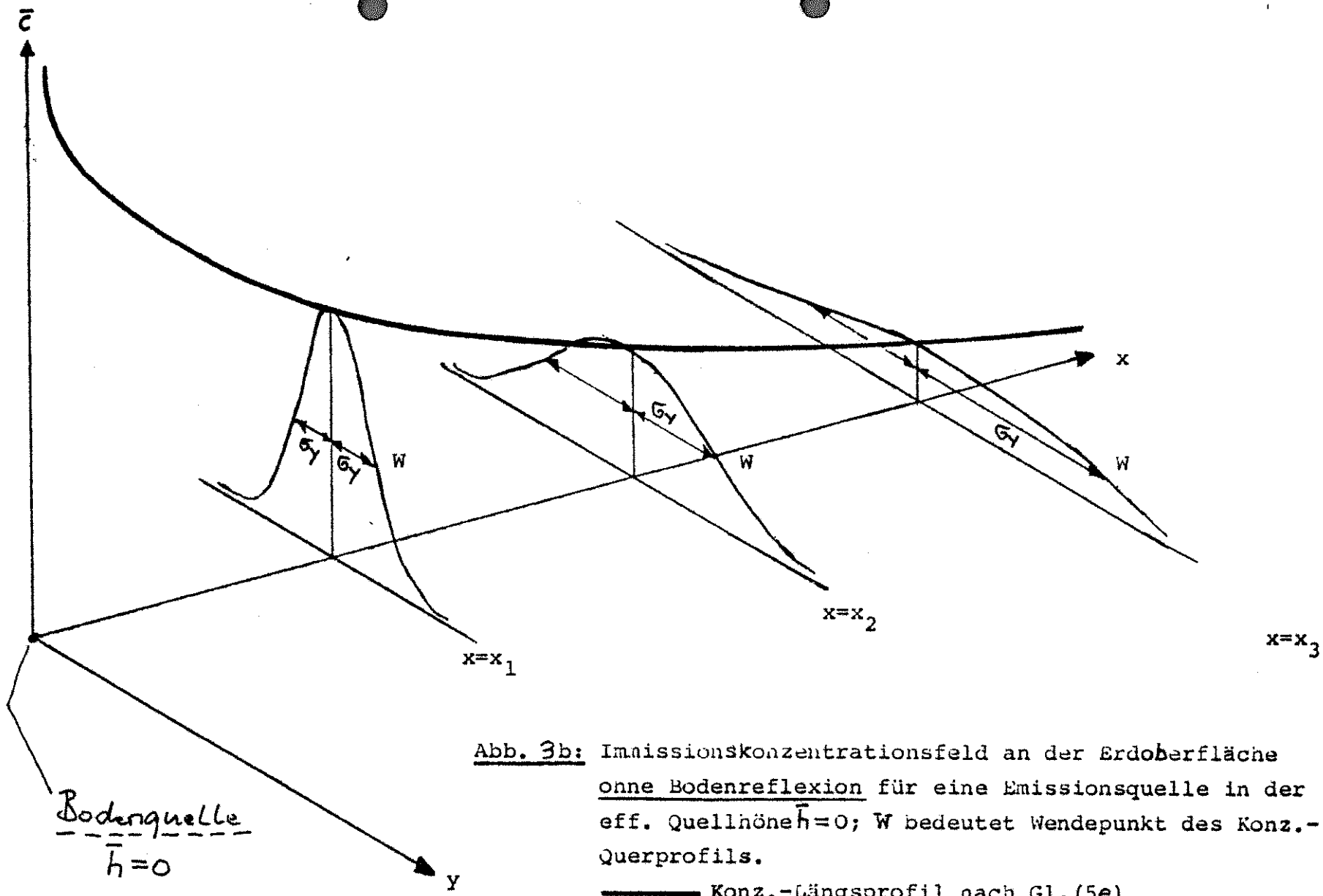


Abb. 3b: Immissionskonzentrationsfeld an der Erdoberfläche ohne Bodenreflexion für eine Emissionsquelle in der eff. Quellhöhe $\bar{h}=0$; W bedeutet Wendepunkt des Konz.-Querprofils.

——— Konz.-Längsprofil nach Gl. (5e)

——— Gauß-Konz.-Querprofile nach Gl. (5f)

zu 5.1.1: Ausbreitungsparameter $\sigma_{y,z}$

allgemein:

$\sigma_{y,z} = f(x,z,\bar{u},A_k,\text{Gelände})$: bisher nur in Feldversuchen ermittelbar; noch aktuelles Forschungsgebiet. Theoretisch bisher nicht berechenbar.

Daher empirische Potenzansätze:

$$\sigma_y(x) = (Fx + F_0)^f \qquad (7a)$$

$$\sigma_z(x) = (Gx + G_0)^g \qquad (7b)$$

F, F_0, G, G_0 ... empirische Koeffizienten
f, g ... empirische Exponenten

$F_0 = G_0 = 0$: Punktquellen nach TA Luft

$F_0 \neq 0$, $G_0 \neq 0$: Flächenquelle geringer Quellhöhe, große Bodenrauhigkeit

Die Koeffizientenansätze der Raffinerie-Richtlinien (1975) sind abhängig von A_k und der Schornsteinhöhe H:

Tabelle 1
Ausbreitungskoeffizienten in Abhängigkeit von der Ausbreitungsklasse A_k bei verschiedenen Schornsteinhöhen H und Entfernungen x nach dem Raffinerieerlaß

A_k	F	F_0	f	G	G_0	g
2	0,38	0	0,90	0,24	0	0,92
3	0,31	0	0,85	0,19	0	0,80
4	0,24	0	0,77	0,18	0	0,69
5	0,21	0	0,77	0,07	0	0,68

a) Bei Schornsteinhöhen $H \geq 100$ m und allen Entfernungen x

A_k	F	F_0	f	G	G_0	g
2	0,94	168	0,76	0,08	88	1,28
3	0,82	202	0,74	0,09	12	1,11
4	1,19	354	0,67	0,60	39	0,74
5	0,25	173	0,72	0,69	51	0,59

b) Bei Schornsteinhöhen $H \leq 20$ m und Entfernungen $x \leq 600$ m

A_k	F	F_0	f	G	G_0	g
2	1,22	0	0,76	0,10	0	1,28
3	1,15	0	0,74	0,11	0	1,11
4	1,78	0	0,67	0,67	0	0,74
5	0,54	0	0,72	0,77	0	0,59

c) Bei Schornsteinhöhen $H \leq 50$ m und Entfernungen $x > 600$ m

Tab. 2: Berechnung der Ausbreitungsparameter $\sigma_y(x)=Fx^f$ und $\sigma_z(x)=Gx^g$ nach der TA-Luft (1983)

a) für effektive Quellhöhen h über 150 m:

Ausbreitungs-klasse		F	f	G	g
V	(sehr labil)	0,40	0,91	0,41	0,91
IV	(labil)	0,40	0,91	0,41	0,91
III/2	(neutral)	0,36	0,86	0,33	0,86
III/1	(neutral)	0,32	0,78	0,22	0,78
II	(stabil)	0,31	0,71	0,06	0,71
I	(sehr stabil)	0,31	0,71	0,06	0,71

b) für effektive Quellhöhen h von 100 m:

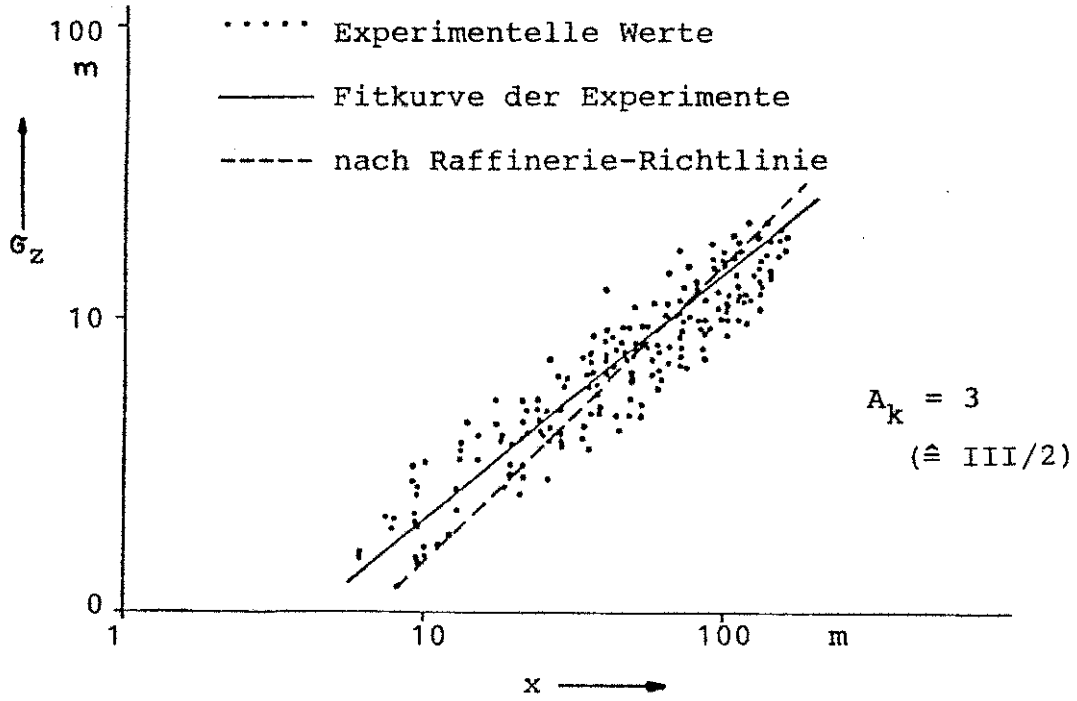
Ausbreitungs-klasse		F	f	G	g
V	(sehr labil)	0,170	1,296	0,051	1,317
IV	(labil)	0,324	1,025	0,070	1,151
III/2	(neutral)	0,466	0,866	0,137	0,985
III/1	(neutral)	0,504	0,818	0,265	0,818
II	(stabil)	0,411	0,882	0,487	0,652
I	(sehr stabil)	0,253	1,057	0,717	0,486

c) für effektive Quellhöhen h unter 50 m:

Ausbreitungs-klasse		F	f	G	g
V	(sehr labil)	1,503	0,833	0,151	1,219
IV	(labil)	0,876	0,823	0,127	1,108
III/2	(neutral)	0,659	0,807	0,165	0,996
III/1	(neutral)	0,640	0,784	0,215	0,885
II	(stabil)	0,801	0,754	0,264	0,774
I	(sehr stabil)	1,294	0,718	0,241	0,662

Für effektive Quellhöhen von 50 m bis 100 m sowie von 100 m bis 150 m erfolgt eine logarithmische Interpolation zwischen den angegebenen Werten für F und G und eine lineare Interpolation zwischen den angegebenen Werten für f und g.

Beispiel: Vertikale Ausbreitungsparameter einer Rußfahne, die aus einem Raffinerieschornstein im norddeutschen Raum emittiert wurde. Experimentelle Werte aus fotografischen Langzeit-Aufnahmen der Rußfahne:



5.1.2 Mittlere Windgeschwindigkeit

In Gl.(4) ist $\langle\bar{u}\rangle$ wie folgt definiert: $\langle\bar{u}\rangle = u_R \cdot \left(\frac{\bar{h}}{z_a}\right)^m$ (8)

z_a (m) : Anemometerhöhe über der Flur

u_R (m/s) : Rechenwert aus Tabelle (Klasseneinteilung)

u_a (m/s) (Windgeschwindigkeit)	u_R (m/s)
< 1,4	1
1,4-1,8	1,5
1,9-2,3	2
2,4-3,8	3
3,9-5,4	4,5
5,5-6,9	6
7,0-8,4	7,5
8,5-10,0	9
> 10,0	12

Tab.3: Windprofilexponenten m in Abhängigkeit der Ausbreitungsklasse A_k nach der TA Luft (1983):

instabil ← → stabil

A_k	V	IV	III/2	III/1	II	I
m	0,09	0,20	0,22	0,28	0,37	0,42

5.1.3 Turbulente Stoffaustauschgrößen K_y, K_z

atmosphärische Stoffaustauschgrößen $K_{y,z}(x, z, \bar{u}, t, A_k, \text{Gelände})$

$$10^{-1}\ \frac{m^2}{s} \leq K_{y,z} \leq 10^3\ \frac{m^2}{s}\ .$$

Speziell beim Gauß-Fahnenmodell Gl(4):

$$K_y(x) = \frac{1}{2}\langle\bar{u}\rangle \frac{d\sigma_y^2(x)}{dx} \qquad (9a)$$

$$K_z(x) = \frac{1}{2}\langle\bar{u}\rangle \frac{d\sigma_z^2(x)}{dx} \qquad (9b)$$

Beispiel: Vertikale Stoffaustauschgrößen einer Rußfahne:

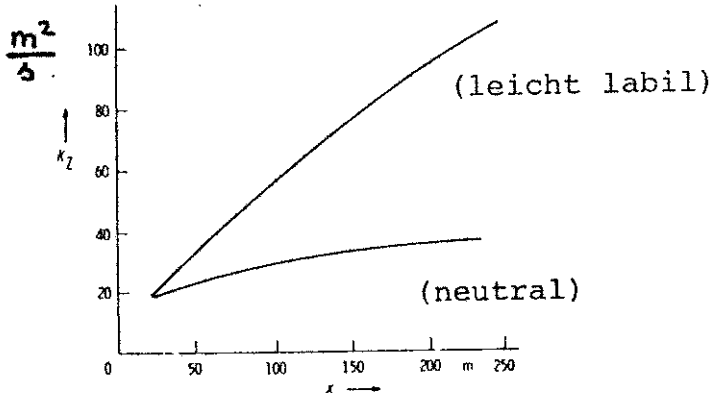


Abb. 4 Vertikale, entfernungsabhängige Stoffaustauschgrößen $K_z(x)$ in einer Raffinerie-Rußfahne bei zwei Ausbreitungsklassen

5.1.4 Abgasfahnenüberhöhung ü

Vertikaler Anfangsimpuls

thermischer Auftrieb(heiße Abgase)

> Abgasfahne ist positiv auftriebsbehaftet

$\Longrightarrow$ dadurch entsteht eine Abgasfahnenüberhöhung ü

$$\bar{\dot{Q}} = 1{,}36 \cdot 10^{-3}\ \bar{\dot{V}}(T-283) \qquad (10)$$

$\bar{\dot{Q}}$ (MW) : Wärmestrom des Abgases

$\bar{\dot{V}}$ (m^3/s) : Volumenstrom des Abgases im Normzustand

T (K) : Temperatur des Abgases

$$\boxed{\ddot{u}(x) = a \cdot \bar{\dot{Q}}^{1/3} \cdot x^{2/3} \cdot u_H^{-1}} \qquad (11a)$$

u_H (m/s) : Windgeschwindigkeit an Schornsteinmündung

$$u_H = u_R \cdot \left(\frac{H}{z_a}\right)^m \qquad (11b)$$

labile Temperaturschichtung: $a = 3{,}34$; $\bar{h} \leqq 1100$ m

IV : m=0,2

V : m=0,09

neutrale Temperaturschichtung: $a = 2{,}84$; $\bar{h} \leqq 800$ m

III/1 : m=0,28

III/2 : m=0,22

stabile Temperaturschichtung: $a = 3{,}34$

I : m=0,42

II : m=0,37

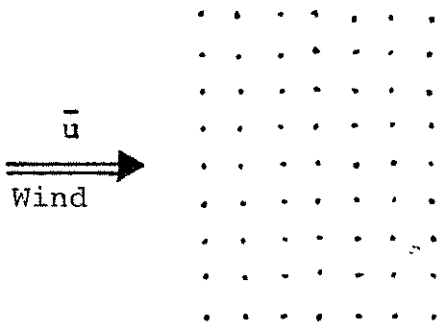
ü und folglich auch $\bar{h}$ hängen also zusätzlich - über m - von der Ausbreitungsklasse A_k ab.

zu 5.2: Modifizierte Gauß-Fahnenmodelle

zu 5.2.1: Linien- und Flächenquellen:

Linienquelle

(a)

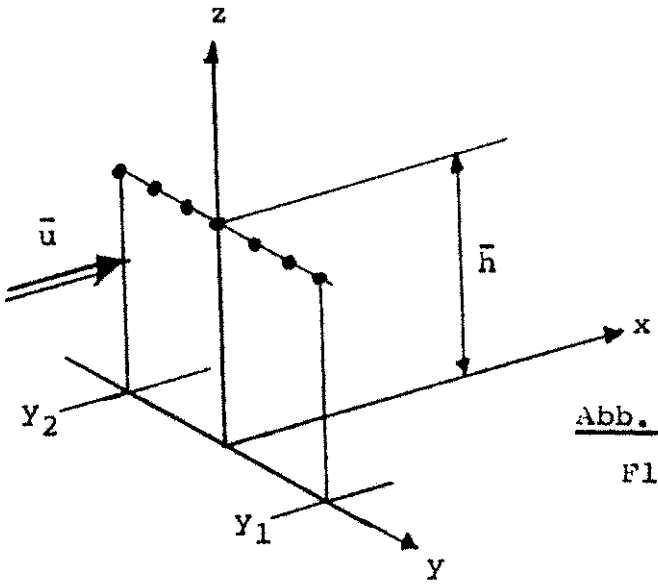


Flächenquelle

(b)

$\sigma_y(0) \neq 0$

$\sigma_z(0) \neq 0$



Linienquelle in der effektive Quellhöhe $\bar{h} > 0$

(c)

Abb. 5: Mod ellierung von Linien- und Flächenquellen durch Punktquellen.

Für eine endliche horizontale Linienquelle (Abb. 5c) in der effektiven Quellhöhe $\bar{h}$ läßt sich folgende zweidimensionale Immissionskonz.verteilung $\bar{c}(x,0,z)$ angeben:

$$\bar{c}(x,0,z) = \frac{\bar{M}_\ell / \langle \bar{u} \rangle}{\sqrt{2\pi}\,\sigma_z(x)} \left[\exp\left(-\frac{(z-\bar{h})^2}{2\sigma_z^2(x)}\right) + \exp\left(-\frac{(z+\bar{h})^2}{2\sigma_z^2(x)}\right)\right] \cdot \int_{y_1/\sigma_y(x)}^{y_2/\sigma_y(x)} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma_y^2(x)}\right) d\left(\frac{y}{\sigma_y(x)}\right) \quad (12)$$

$\bar{M}_\ell$ (kg/(s·m)) : Quellstärke der Linienquelle

zu 5.2.2:

Trockener Niederschlag von Schadstoffen am Erdboden:

Emittenten können sich mit einer bestimmten Ablagerungsgeschw. $\bar{w}_a$ (m/s) an der Erdoberfläche niederschlagen. Dieser Effekt wirkt als Senke für für den Schadstoff.

Beispiel: SO_2 kann sich ablagern bzw. wird am Boden absorbiert.
Für die näherungsweise Berechnung der Bodenimmissionskonz. $\bar{c}(x,y,0)$ bei Berücksichtigung einer Ablagerung gasförmiger Schadstoffe, wird in Gl. (5a) anstelle der Konstanten Quellstärke $\dot{\bar{M}}$ = const. eine entfernungsabhängige, scheinbar niedrigere Quellstärke $\dot{\bar{M}}_i^*(x)$ bezüglich der Klasse i der Korngrößenverteilung des Staubes eingeführt:

$$\dot{\bar{M}}_i^*(x) = \underbrace{\dot{\bar{M}}_{i,0}}_{\text{bei } x=0} \cdot \exp\left[-\sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \frac{\bar{w}_a}{\langle \bar{u} \rangle} \underbrace{\int_0^x \frac{1}{\sigma_z(x)} \exp\left(-\frac{\bar{h}^2}{2\sigma_z^2(x)}\right) dx}_{\text{Entfernungsabhängigkeit von } \dot{\bar{M}}_i^*}\right] \quad (13a)$$

("unkorrigierte" Quellstärke)

schlagen sich staubförmige Emittenten mit der Sinkgeschw. $\bar{w}_s$ nieder, dann läßt sich die Boden-Immissionskonz.verteilung $\bar{c}(x,y,0)$ ebenfalls mit den Gl.(5a) und (13a) berechnen, wenn eine scheinbar verkürzte Quellhöhe $\bar{h}^*(x)$ eingeführt wird:

$$\bar{h}^*(x) = \bar{h} - \frac{x}{\langle \bar{u} \rangle} \bar{w}_s \quad (13b)$$

Gl.(13b) bedeutet, daß die Fahnenachse um den Winkel $\alpha = \arctan \frac{\bar{w}_s}{\langle \bar{u} \rangle}$ gegen die Horizontale geneigt ist.

5.2.3. Chemische Reaktionen:

Die Immissionskonz.verteilung $\bar{c}_R(x,y,z)$ mit Berücksichtigung chemischer Reaktionen wird modelliert durch:

$$\bar{c}_R(x,y,z) = \underbrace{\bar{c}(x,y,z)}_{\text{nach Gl.(4)}} \cdot \exp\left(-k\frac{x}{\langle \bar{u} \rangle}\right) \quad (14)$$

k (1/s): Geschwindigkeitskonstante 1.Ordnung
od. radioaktive Zerfallskonstante

5.2.4. Bodeninversionen:

Nach Abb.6 ist die Fahne innerhalb der Inversionsschicht zwischen $z=0$ und $z=z_0$ eingeschlossen.

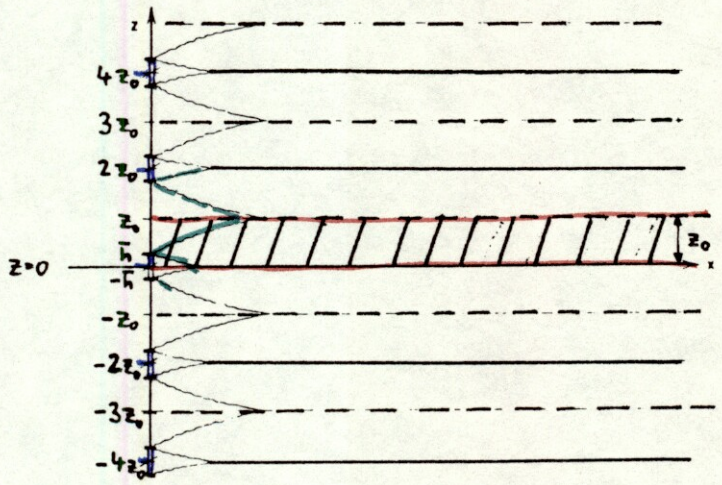


Abb.6: Ausbreitung einer Abgasfahne bei einer Bodeninversion der Dicke z_0 mit einer imaginären Quelle bei $z=-\bar{h}$ und vier imaginären Paarquelle bei $z=2z_0$, $z=4z_0$ und bei $z=-2z_0$, $z=-4z_0$.

Die Immissionskonz. $\bar{c}_I(x,y,z)$ unter Berücksichtigung einer Bodeninversion der Dicke z_0 läßt sich ebenfalls aus Gl.(4) berechnen, wenn diese mit der folgenden Funktion $I(z/\sigma_z, \bar{h}/\sigma_z, z_0/\sigma_z)$ multipliziert wird:

$$I = \sum_i \left(\exp\left(- \frac{(z + 2i \cdot z_0 - \bar{h})^2}{2\,\sigma_z^2(x)} \right) + \exp\left(- \frac{(z + 2i z_0 + \bar{h})}{2\,\sigma_z^2(x)} \right) \right) \quad (15)$$

$i = 1,2,\ldots\ \infty$ für alle imaginären Quellen mit $z > z_0$

$i = -1,-2,\ldots -\infty$ für alle imaginären Quellen mit $z < -z_0$

in der Praxis: $i = \pm 1$.

5.2.5. Vorbelastung und Zusatzbelastung:

⊕ → Vorbelastungs-Konzentrationsverteilung V : vor Inbetriebnahme
→ Zusatzbelastungs-Konzentrationsverteilung Z : bedingt durch } NEU-Anlage

→ Gesamtbelastungs-Konz.-Verteilung G

Der arithmetische, zeitl. gemittelte Konz.-Mittelwert $\overline{\overline{C}}_G$ der Gesamtbelastung G berechnet sich aus:

$$\overline{\overline{C}}_G = \overline{\overline{C}}_V + \overline{\overline{C}}_Z$$

Das p-Perzentil G_p) der Gesamtbelastungs-Konz.-Verteilung G ($\neq V_p + Z_p$) ist näherungsweise berechenbar aus der Beziehung, wenn die Konz.-Verteilungen bei hohen Perzentilen durch Exponential-Verteilungen beschrieben werden können:

$$(a-b)(1-p) = a \cdot \exp(-b \cdot G_p) - b \cdot \exp(-a \cdot G_p) \qquad (16a)$$

mit

$$a = \frac{1}{V_p \ln(1-p)} \quad \text{und} \quad b = \frac{1}{Z_p \ln(1-p)} \qquad (16b)$$

G_p: p-Perzentil (z.B. 95-Perzentil) der Gesamtbelastungs-Konz.-Verteilung G

V_p, Z_p: p-Perzentile der Vor- und Zusatzbelastungs-Konz.-Verteilungen V, Z

6 Berechnung momentanter Immissionskonzentrationen bei der atmosphärischen Ausbreitung von Abgaswolken.

6.1 Gauß-Wolken (Puff) Modell

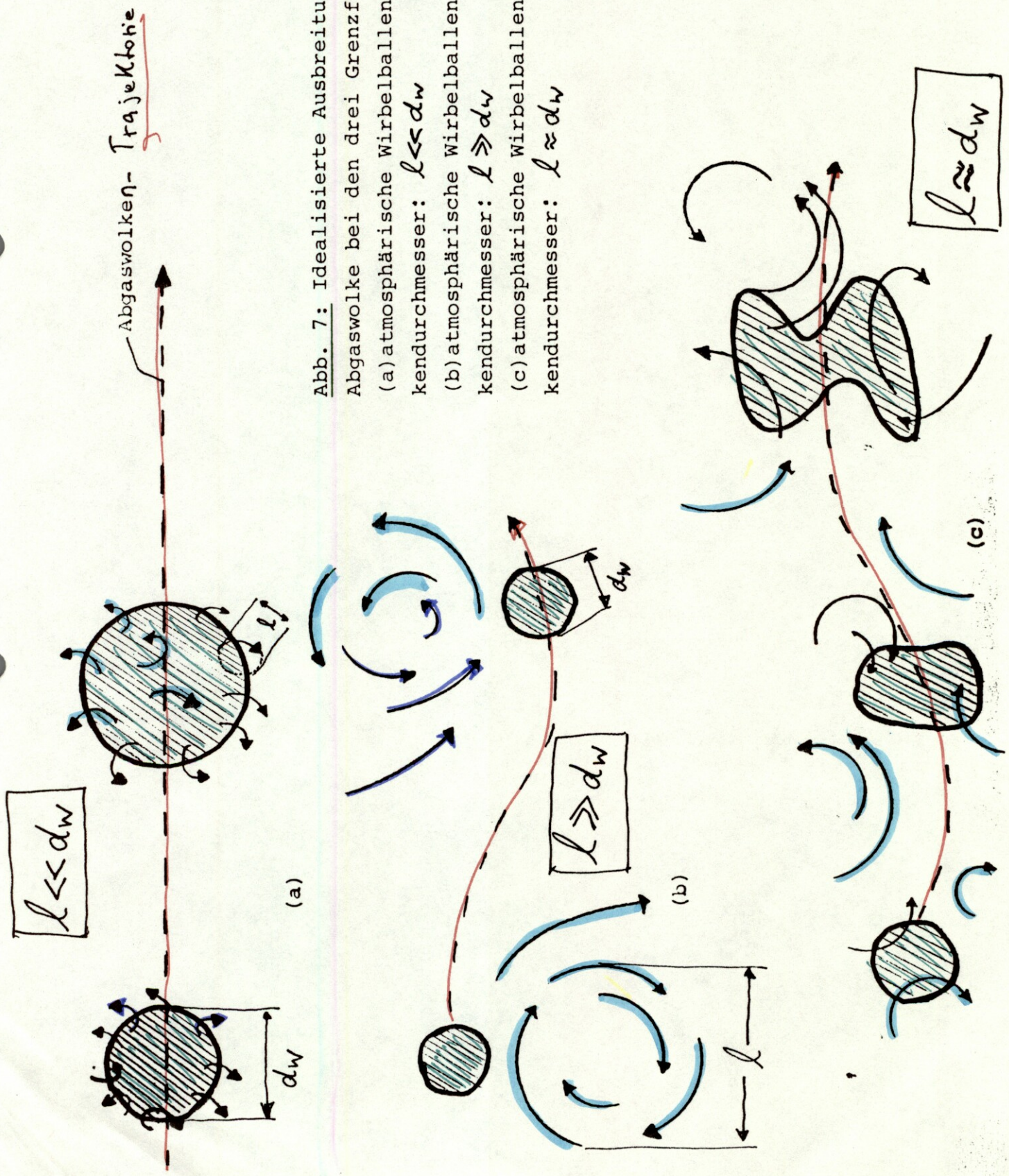


Abb. 7: Idealisierte Ausbreitung einer Abgaswolke bei den drei Grenzfällen:
(a) atmosphärische Wirbelballen << Wolkendurchmesser: $l \ll d_W$
(b) atmosphärische Wirbelballen >> Wolkendurchmesser: $l \gg d_W$
(c) atmosphärische Wirbelballen ≈ Wolkendurchmesser: $l \approx d_W$

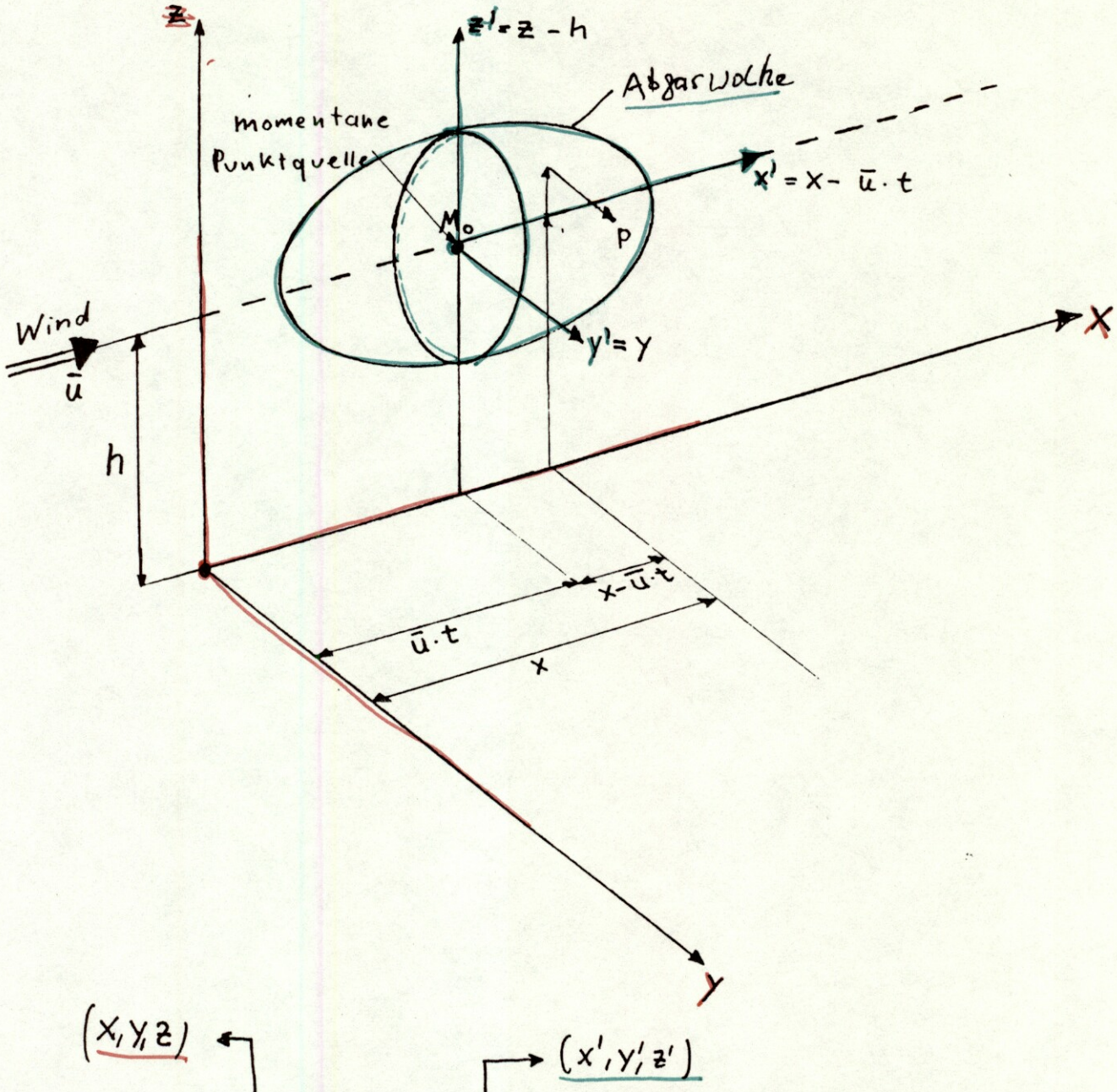


Abb. 8.1: Ruhendes und bewegtes kartesisches Koordinatensystem zur Ausbreitung einer Abgaswolke

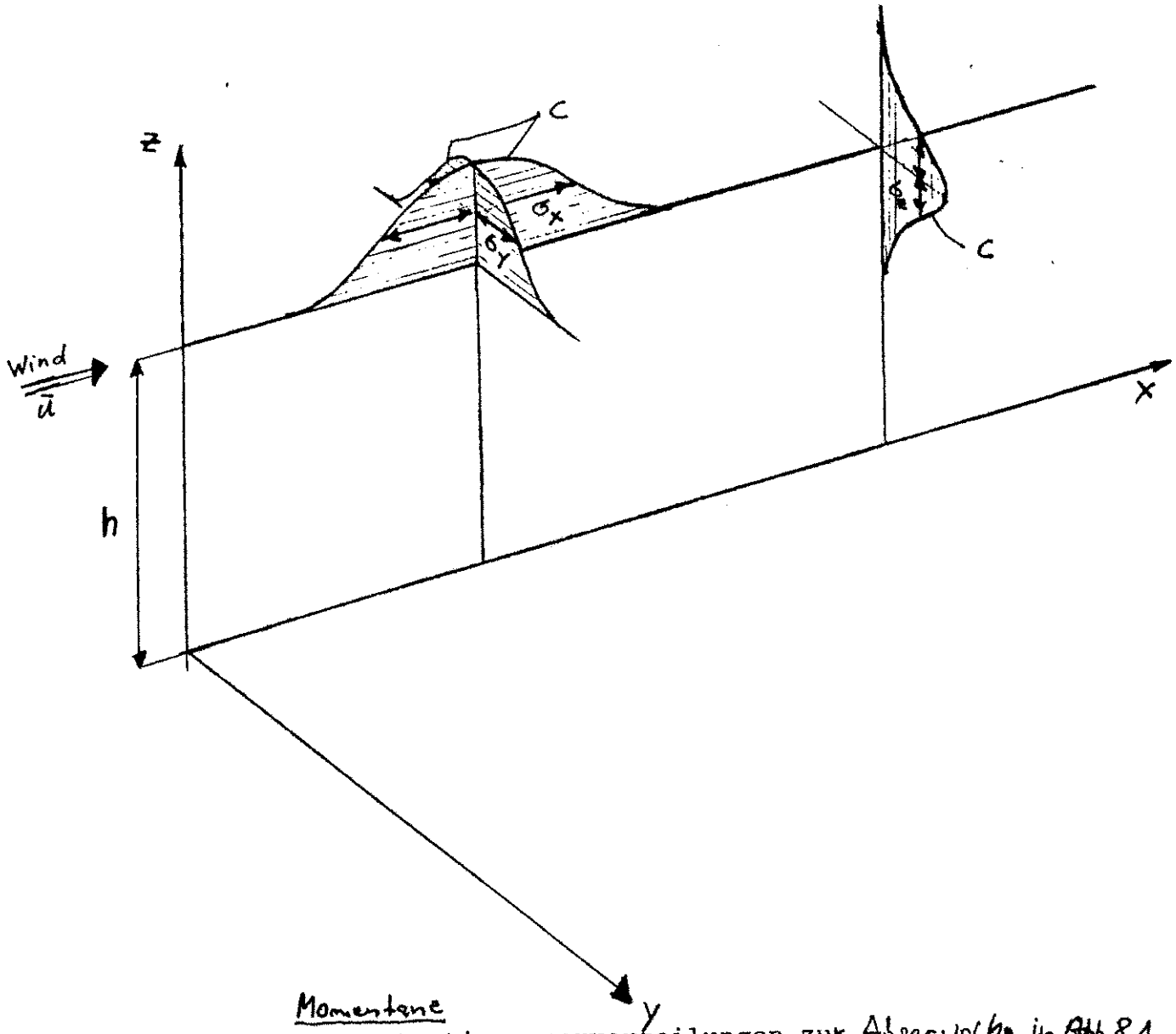


Abb.8.2: Momentane Konzentrationsquerverteilungen zur Abgaswolke in Abb.8.1

Das zeitabhängige momentane Immissionskonz.feld c(x,y,z), das eine Abgaswolke erzeugt, ergibt sich ebenfalls als analytische Lösung der folgenden DGL:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = -\frac{\partial(c\langle\bar{u}\rangle)}{\partial x} - \frac{\partial(c\bar{v})}{\partial y} - \frac{\partial(c\bar{w})}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x}\left(K_x\frac{\partial c}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(K_y\frac{\partial c}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(K_z\frac{\partial c}{\partial z}\right) \quad (17)$$

Wenn folgende Bedingungen für eine momentane Punktquelle im Punkt $M_0(\underbrace{\langle\bar{u}\rangle\cdot t}_{x}, \underbrace{0}_{y}, \underbrace{h}_{z})$ [siehe Abb.8.1] gelten:

Anfangsbedingung: $t=0$, $x=0$, $y=0$, $z=0$ $\qquad c(0,0,0,0) \rightarrow \infty$

Randbedingung: $|x| \rightarrow \infty$, $|y| \rightarrow \infty$, $|z| \rightarrow \infty$, $t > 0$ $\qquad c(x,y,z,t) \rightarrow 0$

Reflexionsrandbedingung: $z = 0$ $\quad\quad \dot{m}_A \equiv K_z \frac{\partial c}{\partial z} = 0$

$t > 0$

$x > 0$

$y > 0$

Kontinuitätsbedingung:

$x > 0$

$t > 0$

$$\iiint_{-\infty}^{+\infty} c(x,y,z,t)\,dx\,dy\,dz = \frac{dM}{dt}\cdot\Delta t \equiv M$$

$\frac{dM}{dt}$ ... differentieller Massenstrom

Δt ... Auslaßzeit, Emissionszeit

Sowie unter Voraussetzung a),c),e) bis h) (Abschnitt 5.1), die analog für Wolken zu formulieren sind, und wenn $\langle\bar{u}\rangle > 1$m/s ist, resultiert für das (momentane) zeitabhängige Immissions Konzentrationsfeld $c(x,y,z,t)$, das eine Abgaswolke, die in der Höhe h emittiert wird, folgende dreidimensionale Gauß-Verteilung:

$$c(x,y,z,t) = \frac{M}{(2\pi)^{3/2}\sigma_x(x)\,\sigma_y(x)\,\sigma_z(x)} \exp\left(-\frac{(x-\langle\bar{u}\rangle t)^2}{2\sigma_x^2(x)} - \frac{y^2}{2\sigma_y^2(x)}\right)\cdot$$

$$\cdot\left[\exp\left(-\frac{(z-h)^2}{2\sigma_z^2(x)}\right) + \exp\left(-\frac{(z+h)^2}{2\sigma_z^2(x)}\right)\right] \qquad (18)$$

M (kg) : emittierte Masse an Schadstoff in Form eines Puffs.

$\sigma_y(x), \sigma_z(x)$ in Gl.(18) : i.a. Werte von Abgasfahnen

noch aktuelles Forschungsgebiet

$\sigma_x(x)$ in Gl.(18) : wenig bekannt; i.a. wird $\sigma_x(x) = a_1\,\sigma_y(x)$ gesetzt.

6.2 Sonderfälle von Gl.(18)

a) Für die Boden-Immissionskonz.verteilung einer Abgaswolke gilt:

$$c(x,y,0,t) = \frac{2M}{(2\pi)^{3/2}\,\sigma_x\,\sigma_y\,\sigma_z}\,\exp\left(-\frac{(x-\langle\bar{u}\rangle t)^2}{2\sigma_x^2(x)} - \frac{y^2}{2\sigma_y^2(x)} - \frac{h^2}{2\sigma_z^2(x)}\right) \qquad (19)$$

b) Für die Immissionskonz.verteilung im Zentrum M_0 einer Abgaswolke, also bei $x = \langle\bar{u}\rangle t$, $y=0$, $z=h$ folgt aus Gl.(18):

$$c(\langle\bar{u}\rangle t, 0, h) = \frac{M}{(2\pi)^{3/2}\sigma_x\sigma_y\sigma_z}\left[1 + \exp\left(-\frac{4h^2}{2\sigma_z^2(x)}\right)\right] \qquad (20)$$

c) Für die total integrierte Dosis D einer Abgaswolke am Erdboden (z =0) gilt mit Gl.(19):

$$D(x,y,0) = \int_0^\infty c(x,y,0,t)\,dt = \frac{2M}{(2\pi)^{3/2}\sigma_x\sigma_y\sigma_z}\exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma_y^2(x)} - \frac{h^2}{2\sigma_z^2(x)}\right)\cdot\int_0^\infty e^{-\frac{(x-\langle\bar{u}\rangle t)^2}{2\sigma_x^2(x)}}\,dt \qquad (21a)$$

d) Für den mitbewegten Beobachter (Koordinatensystem (x',y',z') im Wolkenzentrum, Abb.):

$$c(x',y',z') = \frac{M}{(2\pi)^{3/2}\cdot\sigma_x(x')\cdot\sigma_y(y')\cdot\sigma_z(z')}\,\exp\left[-\frac{x'^2}{2\cdot\sigma_x^2(x')} - \frac{y'^2}{2\cdot\sigma_y^2(x')}\right]\cdot$$

$$\neq f(t)$$

$$\cdot\left[\exp - \frac{z'^2}{2\cdot\sigma_z^2(x')} + \exp - \frac{z'+2h}{2\cdot\sigma_z^2(x')}\right]$$

7 Schwere Abgase

Heute werden zunehmend große Mengen gefährlicher Stoffe, die bei Normalbedingungen (20°C, 1 bar) gasförmig sind, wie z.B. Erdgas, Propan, Butan, Chlor, Sauerstoff oder Ammoniak, tiefkalt bzw. druckverflüssigt produziert, transportiert und gelagert. Kommt es hierbei zu unbeabsichtigten Emissionen, dann entstehen Abgasfahnen oder -wolken von Gas/Luft-Gemischen, deren Massendichte im Nahbereich der Emissionsquelle größer als die der Umgebungsluft ist.
Die Berechnung der Ausbreitung sog. schwerer Gase, die nur in der nahen Umgebung der Quellen negativ auftriebsbehaftet sind, erfolgt ähnlich wie in den Abschnitten 5 und 6. Dabei kann nämlich unterstellt werden, daß sich diese schweren Gase nach einer bestimmten Quellentfernung mit der umgebenden Luft soweit gemischt haben, daß sie sich wie neutrale, also nichtauftriebsbehaftete, Gase deren Dichte vergleichbar der Umgebungsdichte ist, verhalten.
Ebenfalls aktuelles Forschungsgebiet.